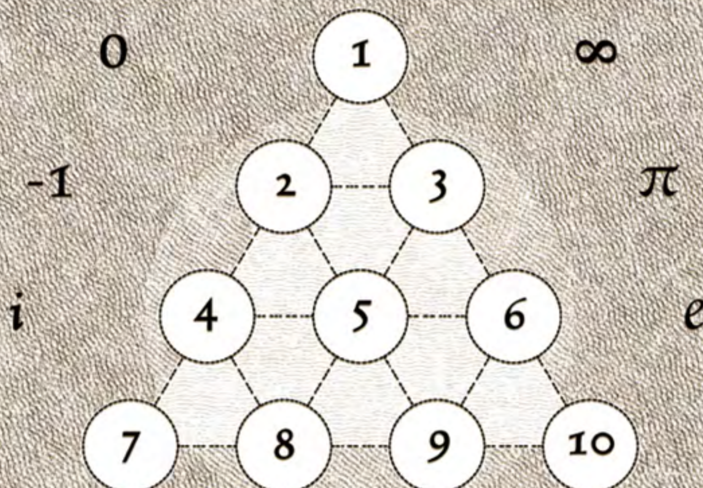
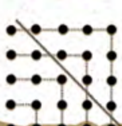
ČÍSLA

Do nekonečna a dál



Oliver Linton



1-2-3-5-7-11-13-17-19-23-29-31-37-41-43-47-53-59-61-67-71-73-79-83-89-97-101-103-107-109-113-127-131-137-139-149-151-157-163-167-173-179-181-191-193-197-199-211-223-227-229-233-239-241-251-257-263-269-271-277-281-283-293-307-311-313-317-331-337-347-349-353-359-367-373-379-383-389-397-401-409-419-421-431-433

Oliver Linton

ČÍSLA

Do nekonečna a dál

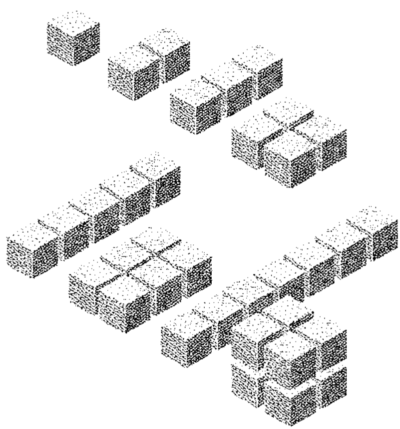
Design and typeset by Wooden Books Ltd., Glastonbury, UK.

Druhé vydání v českém jazyce (první elektronické).
Z anglického originálu *Numbers: To Infinity and Beyond*
přeložil Petr Holčák.
Odpovědná redaktorka Klára Soukupová.
Sazba a konverze do elektronické verze Michal Puhač.
V roce 2025 vydalo nakladatelství Dokořán, s. r. o.,
Holečkova 9, 150 00 Praha 5,
dokoran@dokoran.cz, www.dokoran.cz,
jako svou 1312. publikaci (451. elektronická).

ISBN 978-80-7675-223-8

ČÍSLA

DO NEKONEČNA A DÁL



Oliver Linton

Věnováno památce mého bratra Matthewa.

Další matematické tituly v řadě Pergamen:
Oliver Linton: *Fraktály. Na hraně chaosu*;
Matthew Watkins: *Nepostradatelné matematické a fyzikální vzorce*;
Burkard Polster: *Q. E. D. Krása matematického důkazu*;
Andrew Sutton: *Pravítko a kružítko. Praktické geometrické konstrukce*,
Adam Tetlow: *Diagram. Harmonická geometrie*.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 1 = 98$$
$$123 \times 8 + 1 = 987$$
$$1234 \times 8 + 1 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 1 = 98765$$
$$123456 \times 8 + 1 = 987654$$
$$1234567 \times 8 + 1 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 1 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 1 = 987654321$$

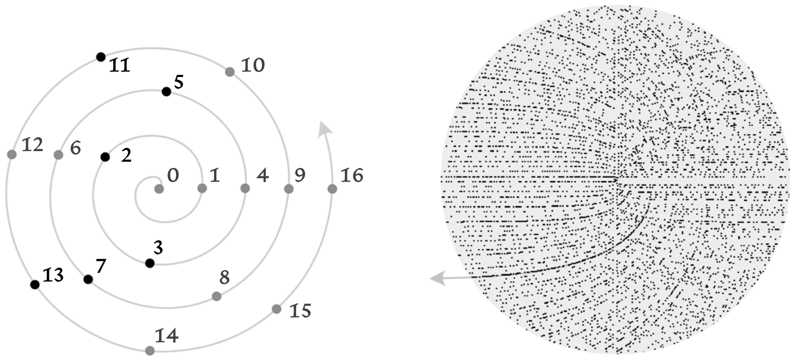
$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 5 = 8888$$
$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$
$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$
$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$
$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$
$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$
$$987654321 \times 9 - 1 = 8888888888$$

$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$
$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$
$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$
$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$
$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$

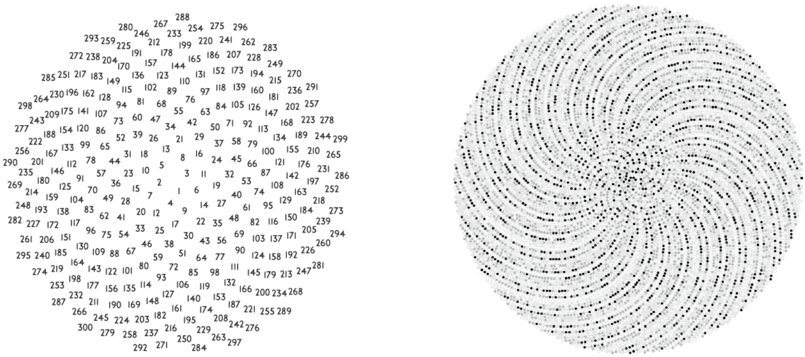
$$1 \times 1 = 1$$
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12321$$
$$1111 \times 1111 = 1234321$$
$$11111 \times 11111 = 123454321$$
$$111111 \times 111111 = 12345654321$$
$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$
$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$
$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

Symetrické výsledky aritmetických operací při zvyšování řádu čísla přidáváním po sobě jdoucích celých čísel. Krása těchto číselných pyramid je výsledkem používání desítkové soustavy. Jde ale i o výběr správných příkladů: nahradíme-li například v poslední pyramidě jedničky dvojkami, symetrie brzy zmizí!

OBSAH



Uspořádejme přirozená čísla do spirály tak, aby mezi nimi byla stejná vzdálenost. Vyznačme prvočísla černě. Se zvyšováním počtu čísel se začnou objevovat v rozmístění prvočísel vzorce, např. čísla na vyznačené křivce jsou definována výrazem $x^2 + x + 41$, což je vzorec pro výpočet prvočísel, který objevil Euler v roce 1772. Vyobrazení od Roberta Sachse.



Uspořádejme čísla na zlaté fylotaktické spirále (strana 27). Vyznačme prvočísla černě, čísla o 1 menší než prvočísla šedou barvou atd. Se zvyšováním počtu označených čísel se začne na některých spirálních ramenech objevovat víc prvočísel a čísel o 1 menších než na jiných. Vyobrazení od Edmunda Harrisona.

ÚVOD

O významném britském matematikovi z Cambridge G. H. Hardym a jeho geniálním indickém chráněnci Šrínivásovi Rámanudžanovi se vypráví jedna historka. Práce indického matematika, zejména jeho neuvěřitelná schopnost nalézat v různých číslech okamžitě vzorce a vnitřní vztahy, na Hardyho mocně zapůsobila, a pozval ho proto do Anglie, aby zde mladý Ind pokračoval ve výzkumu. Britské počasí a nezvyklé jídlo však Rámanudžanovi nesvědčily a často byl kvůli tomu nemocný. Jednou za ním Hardy přijel taxíkem do nemocnice na návštěvu. Rámanudžan se ho pak na lůžku ptal, jaké měl jeho taxík číslo.

„No, bylo to velmi nudné číslo," odpověděl Hardy. „Myslím, že to bylo 1 729."

„Ve skutečnosti je to velmi zajímavé číslo," řekl na to Rámanudžan. „Je to nejmenší číslo, které se dá vyjádřit dvěma různými způsoby jako součet dvou třetích mocnin." Od té doby se číslům, která lze vyjádřit jako součty třetích mocnin, říká „taxíková čísla" (později se zde o nich dozvíme víc).

Tato historka vyvolává zajímavou otázku: existují nějaká nezajímavá čísla? Pokud ano, pak musí existovat i „nejmenší nezajímavé číslo", to však bude paradoxně zajímavé právě tím!

Čísla a vzorce, které vytvářejí, matematiky fascinují a dráždí celá tisíciletí. Někdy jde o vcelku triviální záležitosti, jako je to se symetricky opakovanými vzorci v pyramidách na začátku knihy. Někdy však vzorce skrývají hluboké souvislosti, jak to platí pro cyklická čísla nebo čísla uspořádaná do Pascalova trojúhelníku. Někdy jsou vzorce v nich tak neuchopitelné (jako je tomu s rozmístěním prvočísel), že si nad nimi matematici lámou hlavy už tisíce let.

Vzorce, které si v této knížce ukážeme, snad čtenáře přimějí lámat si trochu hlavu – alespoň na chvíli!

Jak zapisovat čísla

číselné soustavy

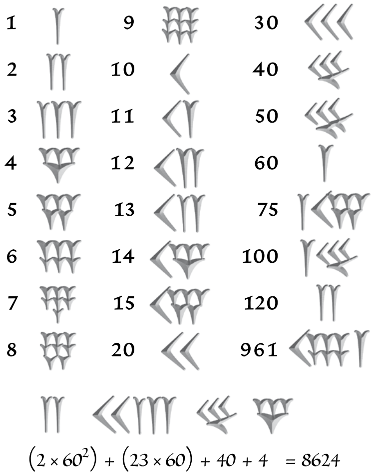
Dnešní poziční desítkový zápis čísel chápeme jako něco natolik samozřejmého, až snadno zapomínáme, že soubor symbolů 127 není číslo, ale jen jeho reprezentace. Číslo, které zastupuje, je totéž, které staří Egypťané zapisovali sérií symbolů 𓍢𓎆𓎆𓏤𓏤𓏤𓏤𓏤𓏤𓏤 a Římané jako CXXVII, což znamená (1 × C) + (2 × X) + (1 × V) + (2 × I), kde C, X, V a I zastupují po řadě čísla 100, 10, 5 a 1.

Sumerové namísto odlišných symbolů pro 10, 100 atd. používali poziční zápis, v němž hodnota symbolu závisí na jeho pozici v čísle. Sumerská číselná soustava měla základ 60, takže číslo 127 se zapisovalo jako 𒈫 𒐌 (tj. 2 × 60 + 7) s malými mezerami mezi číslicemi. Paradoxně měli velké potíže se samotným číslem 60, protože to se zapisovalo jako 𒁹 (následováno malou mezerou) a bylo takřka neodlišitelné od čísla 1. I dnes píšeme čísla tak, že první zapsaná číslice má nejvyšší hodnotu (podle takzvaného principu *big-endian*).

Počítače vyjadřují čísla v *binární* čili dvojkové soustavě. Ta používá jen dva symboly, 0 pro nízké a 1 pro vysoké napětí (*dole*). Protože však jsou velká čísla v dvojkové soustavě příliš dlouhá, mnozí programátoři používají hexadecimální zápis se základem 16 (*naproti*). Jelikož 16 je mocninou dvou, je převod čísel šestnáctkové soustavy do dvojkové a naopak snadný.

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1
1	0	1	1	0	0	0	1

SOUSTAVA
SE ZÁKLADEM 2
Binární číslo 10110001
= 128 + 32 + 16 + 1
= 177 *v desítkové soustavě*



Sumerská soustava

Egyptské hieroglyfické číslice

1	I	9	IX	17	XVII
2	II	10	X	18	XVIII
3	III	11	XI	19	XIX
4	IV	12	XII	20	XX
5	V	13	XIII	50	L
6	VI	14	XIV	100	C
7	VII	15	XV	500	D
8	VIII	16	XVI	1000	M

MMDCLIX = 2 659

Římská číselná soustava

0	0	8	8
1	1	9	9
2	2	10	A
3	3	11	B
4	4	12	C
5	5	13	D
6	6	14	E
7	7	15	F

$$1D7=(1\times 256)+(13\times 16)+(7\times 1)\ =471$$

… 65536	4096	256	16	1
		1	D	7

Hexadecimální soustava se základem 16

Přirozená čísla

počítání oblázků

Přirozená čísla 1, 2, 3, 4, … jsou čísla, která už od raného věku používáme k počítání stejných věcí – ukážeme na ně a odříkáváme „jedna, dvě, tři, čtyři…“.

Přirozená čísla můžeme *sčítat* a *násobit* (a přičítat další, kolikrát chceme). Menší přirozené číslo můžeme také *odečíst* od většího a výsledkem bude další přirozené číslo.

Babyloňané a Egypťané znali důmyslné způsoby sčítání a násobení i odečítání menších čísel od větších; ani jedna z těchto civilizací však neznala pojem záporných čísel (dluhy se účtovaly odděleně od aktiv) ani nulu.

Staří Řekové nazývali číslo jako 10 nebo 21, které má relativně málo dělitelů, jako *deficientní*, protože součet jeho dělitelů je menší než samo toto číslo; např. děliteli 10 jsou čísla 1, 2 a 5, jejichž součet je 8. Jiná čísla, třeba 12 či 20, mají naopak dělitelů mnoho a říkáme jim *abundantní*, protože součet jeho dělitelů je větší než číslo samo – např. 12 má dělitele 1, 2, 3, 4 a 6, což se sčítá do 16. Mezi těmito dvěma krajnostmi stojí číslo zvané *dokonalé*, tedy takové, které se rovná součtu svých dělitelů: patří mezi ně například 6 s děliteli 1, 2 a 3, jejichž součet je 6, nebo 28 s děliteli 1, 2, 4, 7 a 14, dávajícími součet 28.

Nejjednodušším a nejviditelnějším vzorcem v posloupnosti přirozených čísel je rozdělení na střídající se lichá a sudá čísla (*níže*).

SUDÉ × SUDÉ = SUDÉ	SUDÉ ± SUDÉ = SUDÉ
SUDÉ × LICHÉ = SUDÉ	SUDÉ ± LICHÉ = LICHÉ
LICHÉ × LICHÉ = LICHÉ	LICHÉ ± LICHÉ = SUDÉ

Vážení čtenáři, právě jste dočetli ukázku z knihy Čísla**.**

Pokud se Vám ukázka líbila, na našem webu si můžete zakoupit celou knihu.