Matematika doučování pro žáky 8.třídy

Ivan a kolektiv autorů

www.matematikadoucovani.cz

Matematika doučování pro žáky 8.třídy

ISBN 978-80-910217-6-0

Vydání 1. Rok vydání 2026.

Napsal Ivan a kolektiv autorů

Vydal: Ivan

www.matematikadoucovani.cz



MATEMATIKA – 8. TŘÍDA ZŠ

Pracovní kniha • kompletní učebnice pro 8. třídu

OBSAH

1. Racionální čísla a početní operace
2. Mocniny a odmocniny
3. Procenta, poměr a finanční matematika
4. Výrazy s proměnnou
5. Mnohočleny a jejich úpravy
6. Lineární rovnice
7. Slovní úlohy a matematizace
8. Základy funkcí a grafy
9. Geometrie – úhly, rovnoběžky a mnohoúhelníky
10. Trojúhelníky a Pythagorova věta
11. Kruh a kružnice
12. Obsahy a objemy těles
13. Konstrukční geometrie a prostorová představivost
14. Data, statistika, kombinatorika a pravděpodobnost
15. Logické a nestandardní úlohy
16. Souhrnné opakování a modelové testy
Přehled vzorců a pravidel
Podrobná řešení procvičovacích úloh a testů A a B

Jak s knihou pracovat

Nejdřív si přečti vysvětlení a prohlédni vzorový příklad. Potom zkus úlohy samostatně. Výsledky si kontroluj až po dokončení celé sady. Pokud uděláš chybu, vrať se k postupu a zjisti, ve kterém kroku vznikla.

Tomův tip

Piš si mezikroky. U delších výpočtů se chyba často objeví už v jednom znaménku nebo při pořadí operací.

Emin postup

Když si nejsi jistá, rozděl si příklad na menší kroky. Po každém kroku zkontroluj, zda dává smysl.

1. Racionální čísla a početní operace

Racionální čísla zahrnují přirozená a celá čísla, zlomky i desetinná čísla, která lze zapsat jako podíl dvou celých čísel. V této kapitole si zopakuješ práci se znaménky, zlomky a desetinnými čísly a procvičíš správné pořadí početních operací.

1.1 Kladná a záporná čísla

Kladná čísla leží na číselné ose napravo od nuly, záporná nalevo. Číslo 0 není ani kladné, ani záporné. Čím více je číslo na ose vpravo, tím je větší.

Příklad: $-5 < -2 < 0 < 3$. Pozor: u záporných čísel je větší to, které je blíže nule. Proto $-2 > -5$.

1.2 Absolutní hodnota

Absolutní hodnota čísla vyjadřuje jeho vzdálenost od nuly na číselné ose. Je vždy nezáporná. Platí například $|-7| = 7$ a $|4| = 4$.

1.3 Sčítání a odčítání

- Při sčítání čísel se stejným znaménkem sečti jejich absolutní hodnoty a ponech znaménko.
- Při sčítání čísel s různými znaménky odečti menší absolutní hodnotu od větší a ponech znaménko čísla s větší absolutní hodnotou.
- Odčítání převeď na sčítání opačného čísla: a − b = a + (−b).

Vzorový příklad A

Vypočítej: −8 + 13 − 6.

1. −8 + 13 = 5, protože čísla mají různá znaménka a 13 má větší absolutní hodnotu.
2. 5 − 6 = 5 + (−6) = −1.
3. Výsledek: −1.

1.4 Násobení a dělení celých čísel

Součin nebo podíl dvou čísel se stejným znaménkem je kladný. Součin nebo podíl čísel s různými znaménky je záporný.

Zapamatuj si

(+)(+) = + • (−)(−) = + • (+)(−) = − • (−)(+) = −

Vzorový příklad B

Vypočítej: (−6) · 4 − (−18) : (−3).

4. (−6) · 4 = −24.
5. (−18) : (−3) = 6.
6. −24 − 6 = −30.
7. Výsledek: −30.

1.5 Zlomky a desetinná čísla

Při sčítání a odčítání zlomků nejprve najdi společného jmenovatele. Při násobení vynásob čitatele mezi sebou a jmenovatele mezi sebou. Při dělení násob převrácenou hodnotou druhého zlomku.

Příklad: 2/3 + 1/4 = 8/12 + 3/12 = 11/12.

Příklad: 3/5 · 10/9 = 30/45 = 2/3.

Příklad: 4/7 : 2/3 = 4/7 · 3/2 = 12/14 = 6/7.

1.6 Pořadí početních operací

- Nejprve počítej závorky.
- Potom mocniny a odmocniny.
- Následuje násobení a dělení zleva doprava.
- Nakonec sčítání a odčítání zleva doprava.

Vzor: 18 − 2 · (5 + 1) = 18 − 2 · 6 = 18 − 12 = 6.

Procvičování – kapitola 1

8. Seřaď vzestupně čísla: −3, 5, 0, −8, 2.
9. Vypočítej: −14 + 9.
10. Vypočítej: 7 − (−6).
11. Vypočítej: −12 − 8.
12. Vypočítej: (−7) · (−6).
13. Vypočítej: 96 : (−12).
14. Vypočítej: 2/5 + 1/10.
15. Vypočítej: 7/8 − 1/4.
16. Vypočítej: 3/7 · 14/9.

17. Vypočítej: 5/6 : 10/9.
18. Vypočítej: 24 − 3 · (5 − 2).
19. Vypočítej: [18 : (−3)] + 4 · (−2).
20. Ráno bylo −4 °C, během dne se oteplilo o 9 °C. Kolik bylo potom?
21. Výtahem jedeš z 2. podzemního podlaží do 6. patra. O kolik podlaží se výtah posune, označíme-li přízemí jako 0?
22. Turista ušel první den 3/8 trasy a druhý den 1/4 trasy. Jakou část trasy ušel celkem?
23. Vypočítej: 1,2 − 2,5 · (−2).

2. Mocniny a odmocniny

Mocniny zjednodušují zápis opakovaného násobení stejného čísla. Odmocnina je opačná operace k umocnění. V osmé třídě se zaměříš především na druhou a třetí mocninu a na druhou odmocninu.

2.1 Druhá a třetí mocnina

Druhá mocnina čísla a je součin a · a. Třetí mocnina je součin a · a · a. Například $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ a $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Pozor na zápis se záporným číslem: $(-4)^2 = 16$, ale $-4^2 = -16$, protože umocnění má přednost před znaménkem minus.

2.2 Druhá odmocnina

Druhá odmocnina z nezáporného čísla a je nezáporné číslo, jehož druhá mocnina je a. Například $\sqrt{49} = 7$, protože $7^2 = 49$.

Tomův tip

Nauč se zpaměti druhé mocniny čísel od 1 do 15. Výrazně ti to zrychlí výpočty i odhady.

2.3 Odhad odmocniny

Pokud číslo není úplnou druhou mocninou, můžeš odmocninu odhadnout mezi dvě známé hodnoty. Například $25 < 30 < 36$, proto $5 < \sqrt{30} < 6$.

2.4 Pravidla pro mocniny se stejným základem

- Při násobení mocnin se stejným základem sčítáme exponenty: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.
- Při dělení mocnin se stejným nenulovým základem odečítáme exponenty: $a^m : a^n = a^{m-n}$.
- Mocnina mocniny: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

Příklad: $2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$. Příklad: $5^4 : 5^2 = 5^2 = 25$.

Procvičování – kapitola 2

24. Vypočítej: 8^2.
25. Vypočítej: 3^3.
26. Vypočítej: $(-6)^2$.
27. Vypočítej: -5^2.
28. Vypočítej: $\sqrt{81}$.
29. Vypočítej: $\sqrt{144}$.
30. Mezi která dvě po sobě jdoucí celá čísla patří $\sqrt{50}$?
31. Doplň: $12^2 =$ ___.
32. Vypočítej: $2^3 \cdot 2^4$.
33. Vypočítej: $7^5 : 7^3$.
34. Vypočítej: $(3^2)^3$.
35. Vypočítej: $10^2 - \sqrt{64}$.
36. Čtverec má obsah 121 cm². Urči délku jeho strany.
37. Číslo a má hodnotu 4. Vypočítej $a^3 + 2a^2$.
38. Porovnej: $\sqrt{70}$ a 8.
39. Obdélník má obsah 96 cm² a jednu stranu 8 cm. Vypočítej délku druhé strany.

Výsledky a stručné kontroly

Kapitola 1

1. −8, −3, 0, 2, 5
2. −5
3. 13
4. −20
5. 42
6. −8
7. 1/2
8. 5/8
9. 2/3
10. 3/4
11. 15
12. −14
13. 5 °C
14. 8 podlaží (z −2 do 6)
15. 5/8 trasy
16. 6,2

Kapitola 2

1. 64
2. 27
3. 36
4. −25
5. 9
6. 12
7. mezi 7 a 8
8. 144
9. 128
10. 49
11. 729
12. 92
13. 11 cm
14. 96
15. $\sqrt{70} < 8$
16. 12 cm

Online konzultace

Pokud si s některým tématem nevíš rady, můžeš po předchozí domluvě využít individuální online konzultaci z matematiky. Společně lze projít příklady z knihy, dovysvětlit postup, opravit chyby nebo procvičit úlohy podobné těm, které ti dělají potíže. Termín, délka a způsob připojení se domlouvají předem. Více informací: matematikadoucovani.cz

3. Procenta, poměr a finanční matematika

Procenta vyjadřují část ze sta. Setkáš se s nimi při slevách, zdražování, hodnocení výsledků i při čtení údajů v médiích. Poměr a úměrnost pomáhají porovnávat množství a řešit praktické situace.

3.1 Základ, procentová část a počet procent

Základ je celek, ze kterého procenta počítáme. 1 % je jedna setina základu. Procentová část odpovídá určenému počtu procent ze základu.

Příklad: 15 % z 240 = 0,15 · 240 = 36.

3.2 Výpočet základu a počtu procent

Jestliže znáš procentovou část a počet procent, základ vypočítáš jako procentovou část dělenou desetinným zápisem procent. Například 30 je 20 % z čísla 150, protože 30 : 0,2 = 150.

Počet procent vypočítáš jako (část : základ) · 100 %. Například 18 z 72 je 25 %, protože 18 : 72 = 0,25.

3.3 Zvyšování a snižování o procenta

Při zvýšení o p % násobíš původní hodnotu číslem 1 + p/100. Při snížení o p % násobíš číslem 1 − p/100.

Příklad: Cena 800 Kč se sníží o 15 %. Nová cena je 800 · 0,85 = 680 Kč.

Emin postup

U slevy si nejprve urči, kolik procent ceny zákazník skutečně zaplatí. Sleva 15 % znamená zaplatit 85 % původní ceny.

3.4 Poměr a měřítko

Poměr a : b porovnává dvě množství. Poměr lze krátit i rozšiřovat stejně jako zlomek. Měřítko mapy 1 : 50 000 znamená, že 1 cm na mapě odpovídá 50 000 cm ve skutečnosti, tedy 500 m.

3.5 Přímá a nepřímá úměrnost

- Při přímé úměrnosti se dvě veličiny mění stejným směrem a jejich podíl je stálý.
- Při nepřímé úměrnosti se při zvětšení jedné veličiny druhá zmenšuje a jejich součin je stálý.

Procvičování – kapitola 3

40. Vypočítej 12 % z 350.
41. Vypočítej 7,5 % z 800.
42. Číslo 45 je kolik procent z 180?
43. Číslo 84 tvoří 35 % jakého základu?
44. Tričko stálo 600 Kč a bylo zlevněno o 20 %. Kolik stojí nyní?
45. Cena 1 250 Kč se zvýšila o 8 %. Urči novou cenu.
46. Po slevě 15 % stojí batoh 1 020 Kč. Jaká byla původní cena?
47. Rozděl 420 Kč v poměru 2 : 5.
48. Zjednoduš poměr 36 : 60.
49. Na mapě v měřítku 1 : 25 000 měří cesta 6 cm. Jaká je skutečná délka v kilometrech?
50. Čtyři sešity stojí 96 Kč. Kolik stojí 7 stejných sešitů?
51. Šest pracovníků dokončí práci za 10 dní. Za kolik dní ji při stejném výkonu dokončí 12 pracovníků?
52. V nádobě je 18 litrů nápoje, z toho 4,5 litru sirupu. Kolik procent objemu tvoří sirup?
53. Po zdražení o 10 % stojí výrobek 990 Kč. Kolik stál před zdražením?
54. Poměr chlapců a dívek ve třídě je 3 : 5. Ve třídě je 24 žáků. Kolik je dívek?
55. Rodina spotřebovala 240 kWh elektřiny. Další měsíc spotřebu snížila o 12,5 %. Kolik kWh spotřebovala potom?

4. Výrazy s proměnnou

Proměnná je písmeno, které zastupuje číslo. Algebraický výraz popisuje početní vztah, aniž bychom museli znát konkrétní hodnotu proměnné. Výrazy využiješ při zobecňování pravidel i při řešení rovnic.

4.1 Zápis výrazů

„O pět více než číslo x“ zapíšeme x + 5. „Třetinu čísla x“ zapíšeme x : 3. Formulaci „třikrát menší“ raději nepoužívej, protože může být jazykově nejednoznačná. „Dvojnásobek součtu x a 4“ zapíšeme 2(x + 4).

4.2 Hodnota výrazu

Hodnotu výrazu získáš dosazením daného čísla za proměnnou a výpočtem podle pravidel pořadí operací.

Příklad: Pro x = −2 vypočítej $3x^2 - 4x$. Dosadíme: $3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) = 3 \cdot 4 + 8 = 20$.

4.3 Číselné a algebraické členy

Ve výrazu 5x + 3y − 7 jsou členy 5x, 3y a −7. Číselný koeficient u členu 5x je 5. Členy se stejnou proměnnou ve stejné mocnině jsou podobné a můžeme je sčítat.

4.4 Sčítání a odčítání podobných členů

Příklad: 7a − 3a + 2 − 5 = 4a − 3. Sečteme zvlášť členy s a a zvlášť samotná čísla.

Tomův tip

Sčítat můžeš jen podobné členy. Výrazy 3x a 3y podobné nejsou, protože obsahují různé proměnné.

Procvičování – kapitola 4

56. Zapiš: o 9 více než číslo x.
57. Zapiš: pětinásobek rozdílu čísel a a 3.
58. Zapiš: polovina součtu čísel m a 8.
59. Vypočítej hodnotu 4x − 7 pro x = 5.
60. Vypočítej hodnotu $2a^2 + 3$ pro a = −4.
61. Vypočítej hodnotu 5 − 3y pro y = 2.
62. Uprav: 6x + 2x.
63. Uprav: 9a − 4a + 7.
64. Uprav: 3m + 5 − 8m + 2.
65. Uprav: 4x − 3y + 2x + 7y.
66. Uprav: 5(2x + 3) − 4x.
67. Vypočítej hodnotu 2(x + 4) − 3x pro x = −2.
68. Obvod čtverce se stranou a zapiš algebraickým výrazem.
69. Zapiš výraz pro cenu 3 stejných tužek po x Kč a sešit za 28 Kč.
70. Číslo x zvětši o jeho třetinu. Zapiš výraz.
71. Pro x = 3 porovnej hodnoty výrazů 2x + 5 a $x^2 + 2$.

5. Mnohočleny a jejich úpravy

Mnohočlen je součet nebo rozdíl několika algebraických členů. Při úpravách využíváme distributivitu násobení, tedy roznásobování závorek, a opačný postup – vytýkání.

5.1 Jednočleny a mnohočleny

Výraz $7x$ je jednočlen. Výraz $3x + 5$ je dvojčlen a výraz $2a^2 - 3a + 1$ je trojčlen. Členy oddělují znaménka plus a minus.

5.2 Roznásobování závorek

Každý člen před závorkou vynásobíme každým členem v závorce. Platí například $3(x + 4) = 3x + 12$ a $-2(a - 5) = -2a + 10$.

5.3 Vytýkání před závorku

Vytýkání je opačný postup k roznásobování. Hledáme společný činitel všech členů. Například $6x + 9 = 3(2x + 3)$.

5.4 Násobení mnohočlenů

Při násobení dvojčlenů vynásobíme každý člen prvního dvojčlenu každým členem druhého. Například $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$.

5.5 Základní algebraické vzorce

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Příklad: $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$.

Eminino upozornění

Nezapomeň na prostřední člen. $(a + b)^2$ není $a^2 + b^2$, ale $a^2 + 2ab + b^2$.

Procvičování – kapitola 5

72. Roznásob: $4(x + 3)$.
73. Roznásob: $-3(a - 5)$.
74. Roznásob: $2(3x - 4) + x$.
75. Uprav: $5x + 2(x - 3)$.
76. Vytkni: $8x + 12$.
77. Vytkni: $15a^2 - 10a$.
78. Vytkni: $6xy + 9x$.
79. Vynásob: $(x + 2)(x + 5)$.
80. Vynásob: $(a - 3)(a + 4)$.
81. Uprav: $(x + 3)^2$.
82. Uprav: $(y - 5)^2$.
83. Uprav: $(m + 7)(m - 7)$.
84. Zjednoduš: $3(x + 2) - 2(x - 4)$.
85. Vypočítej pro $x = 2$: $(x + 3)^2 - x(x + 4)$.
86. Obdélník má strany $x + 2$ a $x + 5$. Zapiš a uprav jeho obvod.
87. Čtverec má stranu $a + 3$. Zapiš jeho obsah jako mnohočlen.

Výsledky – kapitoly 3 až 5

Kapitola 3

1. 42
2. 60
3. 25 %
4. 240
5. 480 Kč
6. 1 350 Kč
7. 1 200 Kč
8. 120 Kč a 300 Kč
9. 3 : 5
10. 1,5 km
11. 168 Kč
12. 5 dní
13. 25 %
14. 900 Kč
15. 15 dívek
16. 210 kWh

Kapitola 4

1. $x + 9$
2. $5(a - 3)$
3. $(m + 8) : 2$
4. 13
5. 35
6. -1
7. $8x$
8. $5a + 7$
9. $-5m + 7$
10. $6x + 4y$
11. $6x + 15$
12. 10
13. $4a$
14. $3x + 28$
15. $4x/3$
16. Oba výrazy mají pro $x = 3$ hodnotu 11, takže jsou si v tomto dosazení rovny.

Kapitola 5

1. $4x + 12$
2. $-3a + 15$
3. $7x - 8$
4. $7x - 6$
5. $4(2x + 3)$

6. $5a(3a - 2)$
7. $3x(2y + 3)$
8. $x^2 + 7x + 10$
9. $a^2 + a - 12$
10. $x^2 + 6x + 9$
11. $y^2 - 10y + 25$
12. $m^2 - 49$
13. $x + 14$
14. $25 - 12 = 13$
15. $4x + 14$
16. $a^2 + 6a + 9$

Online konzultace

Pokud potřebuješ některé téma dovysvětlit, můžeš po předchozí domluvě využít individuální online konzultaci z matematiky. Společně lze projít konkrétní příklady z knihy, opravit chyby, procvičit úpravy výrazů nebo naplánovat další přípravu. Termín, délka a způsob připojení se domlouvají předem. Více informací: matematikadoucovani.cz

Při další kontrole byla zpřesněna odpověď ke kapitole 13, úloze 16: samotný pohled shora určuje tvar podstavy, nikoli automaticky její rozměry. Rozměry lze odečíst pouze tehdy, jsou-li uvedeny nebo je-li náčrt v měřítku.

V této etapě byly společně prověřeny výpočty ve vzorových příkladech a výsledkové klíče kapitol 1 až 8 proti zadáním. Níže jsou uvedeny ověřené oblasti a konkrétní redakční zásah.

Redakční oprava: v kapitole 7, úloze 3, bylo opraveno psaní „Troj násobek“ na „Trojnásobek“.

Zapracované opravy:

PŘEHLED VZORCŮ A PRAVIDEL

Rychlá pomůcka k opakování učiva 8. třídy. U každého vzorce si nejprve ověř, co označují jednotlivé veličiny, a nezapomeň na jednotky.

1. Racionální čísla a početní operace

- **Odčítání:** $a - b = a + (-b)$
- **Dělení zlomků:** $a/b : c/d = a/b \cdot d/c$ $(c \neq 0)$
- **Pořadí operací:** závorky → mocniny a odmocniny → násobení a dělení zleva doprava → sčítání a odčítání zleva doprava

2. Mocniny a odmocniny

- **Součin mocnin:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- **Podíl mocnin:** $a^m : a^n = a^{m-n}$ $(a \neq 0)$
- **Mocnina mocniny:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- **Druhá odmocnina:** $\sqrt{a}$ je nezáporné číslo, jehož druhá mocnina je a; $a \geq 0$

3. Procenta, poměr a úměrnost

- **Procentová část:** část = základ · p/100
- **Počet procent:** p = (část/základ) · 100 %
- **Základ:** základ = část ÷ (p/100)
- **Zvýšení o p %:** nová hodnota = původní · (1 + p/100)
- **Snížení o p %:** nová hodnota = původní · (1 − p/100)
- **Přímá úměrnost:** $y = kx$
- **Nepřímá úměrnost:** $xy = k$

4.–5. Výrazy a mnohočleny

- **Distributivita:** $a(b + c) = ab + ac$
- **Druhá mocnina součtu:** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- **Druhá mocnina rozdílu:** $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- **Rozdíl čtverců:** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- **Pozor:** Sčítat lze pouze podobné členy, například $3x + 5x = 8x$.

6.–7. Rovnice a slovní úlohy

- **Ekvivalentní úpravy:** K oběma stranám rovnice přičti nebo odečti stejný výraz; násob nebo děl stejným nenulovým číslem.
- **Zkouška:** Dosadíme vypočtenou neznámou do původní rovnice a ověříme, že levá a pravá strana mají stejnou hodnotu.
- **Doporučený postup:** Označ neznámou → sestav rovnici → vyřeš → proveď zkoušku → napiš odpověď s jednotkou.

Vážení čtenáři, právě jste dočetli ukázku z knihy Matematika Doučování 8. třída základní školy.
Pokud se Vám ukázka líbila, na našem webu si můžete zakoupit celou knihu.